

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ТОМСКИЙ ТЕХНИКУМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»
(ОГБПОУ «ТТИТ»)

УТВЕРЖДАЮ

Директор ОГБПОУ «ТТИТ»

_____ / Е.В.Дедюхина

« ____ » _____ 2025 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика

для специальности:

09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта

Квалификация: Специалист по работе с искусственным интеллектом

Форма обучения: очная

Базовая подготовка

Томск 2025 г.

РАССМОТРЕННО
на заседании ПЦК
протокол № _____
от «___» _____ 20__ г.

Фонд оценочных средств учебной дисциплины
разработан на основе Федерального
государственного образовательного стандарта по
специальности среднего профессионального
образования 09.02.13 Интеграция решений с
применением технологий искусственного
интеллекта (утв. Приказом Министерства
просвещения РФ №1025 от «24» декабря 2024 г.)
(далее — ФГОС СПО)

Организация-разработчик:
ОГБПОУ «Томский техникум информационных технологий»

Разработчик:
_____/_____

© ОГБПОУ «Томский техникум информационных технологий»

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	4
2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ.....	4
3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
3.1. Перечень практических заданий.....	5
3.2. Задания для проведения текущего контроля	5
3.3. Задания для проведения промежуточной аттестации.....	14
3.4. Критерии оценивания	15

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» образовательной программы – программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта.

Формой **промежуточной аттестации** по учебной дисциплине является **экзамен**.

Текущий контроль освоения обучающимися программного материала учебной дисциплины проводится с целью объективной оценки качества освоения программы учебной дисциплины, а также стимулирования учебной работы обучающихся, мониторинга результатов образовательной деятельности, подготовки к промежуточной аттестации и обеспечения максимальной эффективности учебно-воспитательного процесса.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания, которые формируют профессиональные и общие компетенции:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01 ОК 02 ОК 03 ОК 04 ОК 09 ПК 2.2 ПК 2.3 ПК 3.1	- применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; - использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; - применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.	- элементы комбинаторики; - понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; - алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; - схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса; - понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; - законы распределения непрерывных случайных величин; - центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; - понятие вероятности и частоты.

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Перечень практических заданий

- №1 Операции над случайными событиями
- №2 Решение комбинаторных задач
- №3 Решение задач по основным теоремам вероятностей
- №4 Решение задач по формуле Байеса
- №5 Решение задач по вычислению сложных событий
- №6 Решение задач по вычислению вероятностей сложных событий
- №7 Решение задач по формуле Бернулли
- №8 Решение задач с дискретными случайными величинами
- №9 Решение задач по определению числовых характеристик случайной величины
- №10 Решение задач по цепям Маркова
- №11 Решение комплекса задач по теории вероятности
- №12 Решение статистических задач
- №13 Решение задач со статистическим распределением выборки
- №14 Вычисление числовых характеристик вариационного ряда

3.2. Задания для проведения текущего контроля

Практическая работа № 1. по теме 1.1. «Операции над случайными событиями» Инструкция для студентов: внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме. **Цель работы:** решение задач на расчет выборок, с применением элементов и формул комбинаторики, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления студентов.

По завершению практического занятия студент должен уметь: решать задачи на расчет выборок, с применением элементов и формул комбинаторики.

Контрольные вопросы

1. Что называется перестановкой из n элементов?
2. Какой смысл имеет запись $n!$?
3. По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?
4. Что называется размещением из n элементов по k ?
5. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k ?
6. Что называется сочетанием из n элементов по k ?
7. По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k ?

Задания:

1. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?
2. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
3. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?
4. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

Задача 1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано? **Решение.** Имеем набор {я, я, г, г, г}. Всего перестановок пятиэлементного множества $5!$, но мы не должны учитывать перестановки, в которых объекты одного типа меняются местами несколько раз, поэтому нужно поделить на возможное число таких перестановок: $2! \cdot 3!$.

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 10.$$

Получаем в итоге

Ответ: 10 способов.

Задача 2. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

Решение. Имеем 14 претендентов и 13 рабочих мест. Сначала выберем работников на первую

$$C_6^4 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15.$$

специальность, то есть 4 женщин из 6:

Далее независимо аналогичным

$$C_8^6 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28.$$

образом выберем мужчин на вторую специальность: $C_8^6 = 28$. Осталось 2 женщины, 2 мужчин и 3 вакантных места, которые, по условию, могут занять любые из четырех оставшихся человек. Это может быть сделано 2 вариантами: 1. 1 женщина и 2 мужчин (выбираем женщину $C_1^1 = 1$ способом) 2. 1 мужчина и 2 женщины (выбираем мужчину $C_1^1 = 1$ способом). В итоге получаем $15 \cdot 28(2 + 2) = 1680$ способов. Ответ: 1680 способов.

Задача 3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Решение. Т.к. все пассажиры должны ехать в разных вагонах, требуется отобрать 4 вагона из 9 с учетом порядка (вагоны отличаются №), эти выборы – размещения из n различных элементов по m элементов, где $n=9$, $m=4$. Число таких размещений находим по формуле: $A = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-m+1)$. Получаем: $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$. Ответ: 3024 способами можно рассадить в поезде 4 человека.

Задача 4. В группе 9 человек. Сколько можно образовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?

Решение. Не менее 2-х человек, т.е. 2+7 или 3+6 или 4+5 человек (5+4, 6+3, 7+2 – те же самые комбинации). В каждой выборке важен только состав, т.к. члены подгруппы не различаются по ролям, т.е. выборы – сочетания из n различных элементов по m элементов, их число:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}, \text{ где } n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

$$\text{Число выборов из 2-х человек: } C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 36.$$

$$\text{Число выборов из 3-х человек: } C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 84.$$

$$\text{Число выборов из 4-х человек: } C_9^4 = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9!}{4! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 126.$$

$$\text{Применяем правило сложения: } C_9^2 + C_9^3 + C_9^4 = 36 + 84 + 126 = 246 \text{ способов}$$

Ответ: 246.

Задача 5. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?

Решение: Различных дробей из 6 чисел: 3, 5, 7, 11, 13, 17 можно составить

$$C_6^2 \cdot 2 = \frac{6!}{4!2!} \cdot 2 = 5 \cdot 6 = 30$$

(C_6^2 способами выбираем два числа из 6, и двумя способами составляем из них дробь: сначала одно число – числитель, другое знаменатель и наоборот). Из этих 30 дробей ровно 15 будут правильные (т.е., когда числитель меньше знаменателя): 2 $C_6^2 = 15$ способами выбираем два числа из 6, и единственным образом составляем дробь так, чтобы числитель был меньше знаменателя.

Ответ: 30; 15.

Практическая работа № 3. по теме 1.2. «Решение задач по основным теоремам вероятностей»

Инструкция для студентов: внимательно прочитайте задания и выполните их в письменной форме. **Цель работы:** вычисление вероятностей событий по классической формуле определения вероятности с использованием формул комбинаторики, развитие самостоятельной мыслительной деятельности, вычислительных навыков, творческого мышления студентов.

По завершению практического занятия студент должен уметь: вычислять вероятности событий с использованием формул комбинаторики.

Задания.

На экзамене 40 вопросов. Дима не выучил 6 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

1. В фирме такси в данный момент свободно 16 машин: 4 черных, 3 синих и 9 белых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней придет черное такси.
2. В блюде 35 пирожков: 9 с мясом, 12 с яйцом и 14 с рыбой. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с рыбой.
3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.
5. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменов: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.
6. В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
7. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 16 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
8. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России?
9. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 11 из них встречается вопрос по логарифмам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по логарифмам.
10. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в четвертой группе?
11. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет нечетной?
12. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 58 до 82 делится на 6?
13. В группе туристов 6 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист К. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что К. пойдёт в магазин?

Мера объективной возможности наступления события называется его вероятностью. Классическая вероятность события A определяется как отношение количества элементарных событий m , входящих в состав события A , к количеству всех возможных элементарных событий n :

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность невозможного события $\Phi = \{\emptyset\}$ равна нулю: $P(\emptyset) = 0$,
достоверного события Ω равна единице: $P(\Omega) = 1$,

а вероятность произвольного случайного события A заключена между 0 и 1:

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Задача 1

Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке заданного слова. Слова по вариантам:

1 ПРОГРАММА	12 ПРОЦЕДУРА	23 СЕРДЕЧНИК
2 ПРОГРАММИСТ	13 ПРИСВАИВАНИЕ	24 ПОЛУПРОВОДНИК
3 ПРОГРАММИРОВАНИЕ	14 УСЛОВИЕ	25 ТРАНЗИСТОР
4 СТАТИСТИК	15 ПРОЦЕССОР	26 ИНТЕГРАЛ
5 СТАТИСТИКА	16 ПАМЯТЬ	27 КАЛЬКУЛЯТОР
6 СОБЫТИЕ	17 УСТРОЙСТВО	28 ВЫЧИСЛИТЕЛЬ
7 СЛУЧАЙНОСТЬ	18 ПЕРФОЛЕНТА	29 ОПЕРАЦИЯ
8 ВЕРОЯТНОСТЬ	19 ПЕРФОКАРТА	30 АРИФМЕТИКА
9 АЛГОРИТМ	20 ФЕРРИТ	31 КОРРЕСПОНДЕНТ
10 БЛОК-СХЕМА	21 МАГНИТ	32 ГОСУДАРСТВО
11 ПОДПРОГРАММА	22 ГИСТЕРЕЗИС	33 ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Задача № 2

В группе N отличников и M хорошистов. На конференцию из них наудачу выбирают K человек. Чему равна вероятность того, что:

1) будут выбраны только отличники; 2) выбраны только хорошисты?

Значения параметров по вариантам.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N	2	3	4	5	3	2	5	4	2	3	6	4	5	3	3	2
M	7	8	9	9	7	10	4	8	11	3	7	10	5	6	5	9
K	3	4	4	3	4	4	3	5	3	3	5	4	5	5	4	5

Вариант	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
N	2	3	4	5	3	2	5	4	2	3	6	4	5	3	3	2	4
M	11	10	6	5	6	11	8	5	7	4	6	9	9	5	7	8	5
K	3	2	2	3	4	2	5	3	5	4	3	6	5	5	4	5	4

Эталоны ответов:

Задача № 1.

Слово МАТЕМАТИКА составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

Дано:

.....

.....

Найти:

Решение:

Испытание заключается в вынимании карточек с буквами в случайном порядке без возврата. Элементарным событием является полученная последовательность букв. Событие А состоит в получении нужного слова **МАТЕМАТИКА**. Элементарные события являются перестановками из 10 букв, значит, n найдем по формуле перестановок.

$n = \dots\dots\dots$ Некоторые

буквы в слове **МАТЕМАТИКА** повторяются:

М - раза, **А** - раза, **Т** раз,

поэтому возможны перестановки, при которых слово не изменяется.

Две буквы **М** можно переставить способами, три буквы **А** можно переставить способами, две буквы **Т** можно переставить способами.

Количество элементарных событий m , входящих в состав события А равно произведению числа перестановок количества повторяющихся букв.

$m = \dots\dots\dots$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность события А равна: $\frac{m}{n} = \dots\dots\dots$

Ответ: $\dots\dots\dots$

Задача № 2

В группе 5 отличников и 12 хорошистов. На конференцию из них наудачу выбирают 2-х человек. Чему равна вероятность того, что:

1) будут выбраны только отличники; 2) выбраны только хорошисты?

Дано: всего , – отличников, – хорошистов.

Испытание – Событие А

–

Событие В –

Найти: $P(A)$, $P(B)$.

Решение:

Решим задачу по формуле классического определения вероятности:

.....

Число равновозможных исходов найдем в соответствии с испытанием: всего, выбирают из них По формуле сочетаний из по найдем n .

Тогда $n = C_{\dots}^{\dots} = \dots\dots\dots$

Число благоприятствующих исходов найдем в соответствии с заданными событиями.

Событие А – Всего, выбирают из них

По формуле сочетаний найдем m . Тогда

$m = C_{\dots}^{\dots} = \dots\dots\dots$

.....

.....

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность события А равна: $\frac{m}{n} = \dots\dots\dots$

Событие В –

Число равновозможных исходов Число благоприятствующих исходов

Вероятность события В равна: $P(B) = \frac{m}{n} = \dots\dots\dots$

Ответ: $P(A) = \dots\dots\dots$, $P(B) = \dots\dots\dots$

1. Отношения между событиями

Отношения между событиями можно рассматривать как отношения между соответствующими подмножествами множества элементарных событий Ω .

1) Сумма: $A \cup B$ выполняется тогда, когда происходит хотя бы одно из этих событий.

2) Произведение: $A \cap B$ выполняется тогда, когда происходят оба события (и A, и B).

2. Теоремы сложения вероятностей

Вероятность суммы событий $A \cup B$ определяется следующей формулой: $P(A \cup B) =$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Если события несовместны, то формула принимает вид: $P(A$

$$\cup B) = P(A) + P(B)$$

Учитывая, что $A \cup A^c = \Omega$, получаем: $P(A) + P(A^c) = 1$

3. Теоремы умножения вероятностей

События являются независимыми, если вероятность происхождения одного события не зависит от того, произошло ли другое событие, или нет. Если события независимы, то

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Задача 3

В урне содержится K черных и H белых шаров. Случайным образом вынимают M шаров. Найти вероятность того, что среди них имеется:

а) P белых шаров;

б) меньше, чем P белых шаров; в)

хотя бы один белый шар.

Значения параметров K, H, M и P по вариантам

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
K	5	6	6	7	4	8	6	4	5	7	8	6	4	8	5	7
H	6	5	5	4	5	6	7	7	6	4	6	5	6	6	6	4
M	5	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	4	4	5	5	5
P	3	2	3	2	2	3	4	2	3	2	3	3	3	2	4	3

Вариант	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
K	5	6	5	6	6	6	8	6	5	6	5	6	6	4	7	8	8
H	7	5	7	7	8	5	6	7	7	7	7	8	7	7	3	5	5
M	4	5	5	5	5	5	5	4	4	6	5	5	5	4	4	4	5
P	3	2	4	3	4	4	3	3	2	3	3	3	2	2	2	3	2

Задача 4

Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно соответственно с вероятностями p_1 , p_2 и p_3 . Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя: а) только один элемент; б) хотя бы один элемент.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$k \in [14,9 \dots 100]$, где V – номер варианта

$p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0,9 - k$, $p_3 = 0,85 - k$

Вычисление параметров

$V = \dots$, $k \in [14,9 \dots 100]$

$p_1 = 1 - \dots = \dots$, $p_2 = 0,9 - \dots = \dots$, $p_3 = 0,85 - \dots = \dots$

Задача № 5

В урне 5 черных и 6 белых шаров. Случайным образом вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что среди них имеется: а) 2 белых шара; б) меньше чем 2 белых шара; в) хотя бы один белый шар.

Дано:

.....

.....

.....

Найти:

Решение:

Решим задачу по формуле классического определения вероятности:

.....

Число равновозможных исходов найдем в соответствии с испытанием: всего,

выбирают из них По формуле из по

найдем n . Тогда $n =$

а) А - среди вынутых шаров 2 белых. Значит, среди вынутых шаров 2 белых и 2 черных. А =

.....

Число исходов события А найдем по формуле $m \square m_1 \square m_2$, где m_1 – число способов выбрать 2 белых шара, а m_2 – число способов выбрать 2 черных шара. И белые, и черные шары берут одновременно, поэтому число способов выбора шаров перемножаем.

Белых шаров 6, берут из них 2, значит $m_1 =$

Черных шаров, берут из них, значит $m_2 =$ $m \square$

$m_1 \square m_2 =$

$$P(A) \square \frac{m}{n} = \dots\dots\dots$$

Вероятность события А равна:

б) В - среди вынутых шаров меньше чем 2 белых. Это событие состоит из двух несовместных событий: В1 - среди вынутых шаров только один белый и 3 черных. В2 - среди вынутых шаров нет ни одного белого, все 4 шара черные. Так как события В1 и В2 несовместны, можно использовать формулу:

$$P(B) \square P(B_1) \square P(B_2)$$

Вероятности событий В1 и В2 по формуле классического определения вероятности:

..... Число исходов события В1 найдем по формуле $m \square m_1 \square m_2$, где m_1 – число способов выбрать 1 белый шар, а m_2 – число способов выбрать 3 черных шара. Белых шаров 6, берут из них 1, значит $m_1 =$

Черных шаров, берут из них, значит

$$m_2 = \dots\dots\dots m \square m_1 \square m_2 = \dots\dots\dots$$

$B_2 = \{4 \text{ черных}\}$ Черных шаров, берут из них, значит $m =$

Вероятности событий В1 и В2 равны: $P(B_1) \square \dots\dots\dots P(B_2) \square \dots\dots\dots$

$$P(B) \square P(B_1) \square P(B_2) = \dots\dots\dots$$

в) С – среди вынутых шаров хотя бы один белый. Здесь событие С определяется словами "хотя бы один" и прямое решение приводит обычно к сложным вычислениям. Этому событию удовлетворяют следующие сочетания шаров: 1 белый и 3 черных (С1), 2 белых и 2 черных (С2), 3 белых и 1 черный (С3), 4 белых (С4). Имеем: $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$. Для вычисления вероятности события С необходимо найти вероятности четырех событий С1, С2, С3, С4.

Проще сначала найти вероятность противоположного события и затем вычислить вероятность искомого события.

Противоположным событию C является событие $\bar{C}$ - среди вынутых шаров нет ни одного белого, $C = \{4 \text{ черных}\} = B_2$
 $P(C) \square P(B_2) = \dots\dots\dots$

$P(C) \square 1 \square P(C) \square \dots\dots\dots$ Ответ:

Задача № 6

Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно соответственно с вероятностями 0,851, 0,751 и 0,701. Найти вероятность того, что за время T выйдет из строя: а) только один элемент; б) хотя бы один элемент. Дано:

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ Найти:
 $\dots\dots\dots$ Решение:

Дано сложное испытание – работа устройства, состоявшего из 3-х элементов. Испытание, т.е. работу за время T нужно рассмотреть на двух уровнях: на уровне устройства и на уровне элементов.

Введем элементарные события: B_i – i -ый элемент не выходит из строя;

B_i – i -ый элемент выходит из строя.

а) A – за время T выходит из строя только один элемент. Выразим A , через элементарные события. Событие A происходит тогда, когда выходит из строя либо только 1-й, либо только 2-й, либо только 3-й элемент.

$A = \{HPP, PNP, PRN\} = \dots\dots\dots$

Учитывая независимость элементов устройства, несовместимость событий B_i и $\bar{B}_i$ применим теоремы сложения и умножения вероятностей $P(A) = \dots\dots\dots$

Вероятности элементарных событий B_i определять не надо, так как эти вероятности заданы по условию.

$P(B_1) = p_1 = \dots\dots\dots$, $P(B_2) = p_2 = \dots\dots\dots$, $P(B_3) = \dots\dots\dots$

B_i и

$\bar{B}_i$ – противоположные события.

$P(\bar{B}_1) \square 1 \square P(B_1) \square \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$ Вычислим вероятность события A .

$P(A) = \dots\dots\dots$

б) B – за время T выходит из строя хотя бы один элемент.

Событие определяется словами "хотя бы один", значит, используем противоположное событие $\bar{B}$ – за время T все элементы работают безотказно. $\bar{B} = \{PPP\} = \dots\dots\dots$

Найдем вероятность события B :

$P(B) = \dots\dots\dots$ Ответ:

Практическое занятие № 9. Решение задач по определению числовых характеристик случайной величины

Задача 7. Случайные величины ξ и η независимы. Случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[0, 6]$, а случайная величина η имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,5$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $2\xi - \eta$.

Решение. Воспользовавшись свойствами математических ожиданий и дисперсий случайных величин, а также результатами задач 4 и 5, в которых вычислены характеристики равномерного и показательного распределений, получим

$$E(2\xi - \eta) = 2E\xi - E\eta = 2 \cdot \frac{(0 + 6)}{2} - 2 = 4;$$

$$D(2\xi - \eta) = 4D\xi + (-1)^2 \cdot D\eta = 4 \cdot \frac{(6 - 0)^2}{12} + 4 = 16.$$

Ответ: $E\eta = 4, D\eta = 16$.

Задача 8. Найти математическое ожидание и дисперсию числа бросаний игральной кости до первого выпадения «шестерки».

Решение. Пусть ξ – случайная величина, равная числу бросаний игральной кости до первого появления «шестерки». Тогда ξ может принимать значения 1, 2, 3, ... Выясним, с какой вероятностью принимается каждое из этих значений. Для этого обозначим через A_i событие, состоящее в том, что при i -ом бросании выпадает «шестерка». Тогда вероятность

$$\begin{aligned} p_k &= P\{\xi = k\} = P\{\bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{k-1} A_k\} = \\ &= P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_{k-1}) \cdot P(A_k) = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \end{aligned}$$

Таким образом, случайная величина ξ имеет геометрическое распределение с параметром $P = \frac{1}{6}$. Воспользовавшись результатами задачи 1, получаем

$$E\xi = 6, D\xi = 30.$$

Ответ: $E\xi = 6, D\xi = 30$.

Задание 1. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины X – стоимости возможного выигрыша.

Решение. Возможные значения величины X : $x_1 = 0$; $x_2 = 10$ и $x_3 = 50$. Так как «пустых» билетов – 89, то $p_1 = 0,89$, вероятность выигрыша 10 у.е. (10 билетов) – $p_2 = 0,10$ и для выигрыша 50 у.е. – $p_3 = 0,01$.

Задача 2. Вероятность того, что покупатель ознакомился заранее с рекламой товара равна 0,6 ($p=0,6$). Осуществляется выборочный контроль качества рекламы путем опроса покупателей до первого, изучившего рекламу заранее. Составить ряд распределения количества опрошенных покупателей.

Решение. Согласно условию задачи $p = 0,6$. Откуда: $q=1-p = 0,4$. Подставив данные значения, получим:

$p(X = m) = p \cdot q^{m-1} = 0,6 \cdot 0,4^{m-1}$ и построим ряд распределения:

X	1	2	...	m	...
p_i	0,6	0,24	...	$0,6 \cdot 0,4^{m-1}$	...

3.1. Задания для проведения промежуточной аттестации.

Задания к экзамену

1. Понятие комбинаторики. Правила суммы и произведения.
2. Комбинаторные формулы: размещения, перестановки, сочетаний
3. Классическое определение вероятности.
4. Вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики.
5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
6. Условная вероятность
7. Формула полной вероятности и формула Байеса.
8. Вычисление вероятностей сложных событий
9. Понятие дискретной случайной величины.
10. Закон распределения дискретной случайной величины.
11. Действия над дискретными случайными величинами.
12. Функция распределения дискретной случайной величины.
13. Бином Ньютона.
14. Биномиальное распределение.
15. Распределение Пуассона.
16. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия и их свойства

3.2. Критерии оценивания

Оценка	Критерии оценки
5 («отлично»)	Проявление познавательной активности, грамотное изложение своих мыслей, четкая аргументация своей позиции, живое изложение, поддерживает визуальный контакт, учитывает мнение партнера, участвует в групповом оценивании, в принятии решений, ведет себя спокойно и уверенно, свободно оперирует известными фактами и сведениями, отсутствует напряжение (конфликт) с другими участниками
4 («хорошо»)	Проявление познавательной активности, интерес к дискуссии неустойчив, грамотное изложение своих мыслей, допускает незначительные ошибки, поддерживает визуальный контакт, учитывает мнение партнера, участвует в групповом оценивании, в принятии решений, но не всегда является инициатором каких-либо предложений
3 («удовлетворительно»)	Пассивность, интерес к дискуссии слабый, плохо выражает свои мысли, путается в доказательстве своей позиции, скучное, сухое изложение, избегает визуального контакта, не учитывает мнение партнера, много признаков неуверенности, затруднения в изложении знаний, формулировке выводов, очень возбужден или пассивен, замкнут в себе
2 («неудовлетворительно»)	Отсутствие внимания, познавательной активности и интереса к дискуссии, неумение применять знания в практическом решении, избегает визуального контакта, не высказывает своей точки зрения, не принимает участия в групповом оценивании, в принятии решений, очень возбужден или пассивен, замкнут в себе, затруднение в изложении знаний, допускает существенные ошибки